

燃气轮机转子动力特性分析的 旋转对称有限元模型

哈尔滨第七〇三研究所 周传月** 闻雪友 刘学义
哈尔滨工业大学 邹经湘

【摘要】 本文给出了燃气轮机转子临界转速和不平衡响应计算分析的旋转对称有限元模型, 付立叶级数的引入可以使得三维转子只在一个基础扇区上使用三维单元建立有限元模型。与梁单元相比, 实体单元能准确描述转子的几何形状。文中给出了一个验证性算例和一个工程实例。

主题词: 转子 动力特性 付立叶级数 有限元模型

分类号: V 231. 96

1 引言

渐变的锥形截面常出现在透平机械中, 有时占整个几何尺寸相当大的比例, 尤其在现代燃气轮机转子中。为准确预测动力特性, 如临界转速、强迫响应等, 必须建立一个准确的质量-弹性模型, 以及适当的支承和阻尼参数。一个有效的质量-弹性模型应尽可能与测试频率和模态形状相匹配。

在典型转子动力分析中, 轴一般模化为一系列的梁单元。由于轴承、联轴节、突变的轮盘等因素, 轴的直径往往要发生变化, 而这种变化通过给定梁单元不同的直径可考虑进去。轴上的附件通常以点质量和点惯性矩计入。尽管如此, 梁理论假设并非对所有转子都适用。Stephenson 和 Rouch 已验证^[1], 梁在直径上有大的变化时, 违反梁的基本假设——平面假设, 如用梁单元就要把这个因素考虑进去。尽管已发展了对梁刚度的修正系数^[2], 梁单元不能正确描述锥形截面的变形。另外, 轴的直径和长度的比值较大时, 剪切特性和惯性特性的影响也不可忽略。

用三维单元建立转子模型, 几何形状的描述固然准确, 但规模较大, 一般不易被接受。转子、轮盘和叶片系统沿周向呈旋转周期对称, 对这种结构, 可以在一个扇区上建立三维模型, 用付里叶级数推广到整个转子结构。这样就能准确模拟由于直径变化而引起轴截面的变形, 剪切系数、惯性特性以及轮盘的柔度影响都可以直接考虑进去。

模态综合法是结构动力学中简缩分析自由度的最常用的方法^[3], 并被Lund^[4]和其它学者使用普通的梁单元进行转子动力学分析。当用三维单元模拟旋转周期对称转子时, 总的自由度数还相对较大。本文在旋转对称模型中引入模态综合法, 简缩自由度, 提高分析效率。同时也可以古扬 (Guyan) 简缩代替模态综合法。目前, 国内外文献中对循环对称 (旋转对称、

偶体对称、映射对称等) 结构动力特性的研究多集中在发动机轮盘、风机叶轮、水轮机叶轮、电厂冷却塔等结构中^[5~8]。本文把旋转对称结构的分析方法引入到转子动力特性分析中。

2 旋转对称结构和分析方法

旋转对称结构的几何特性具有每旋转 α 角, 结构形状即重复出现一次的特性, 用数学式表示为: $Q(\theta + \alpha_n) = Q(\theta)$, $\alpha_n = 2\pi(n-1)/N$, $n = 1, 2, 3, \dots, N$ (N 为扇区结构总数)

结构物理特性如下图 1 所示, 各个结构物理响应(位移、内部力、应力等)可以由 Fortescue 对称分量理论^[9]以 N 组, 每组 N 个对称分量来表示。

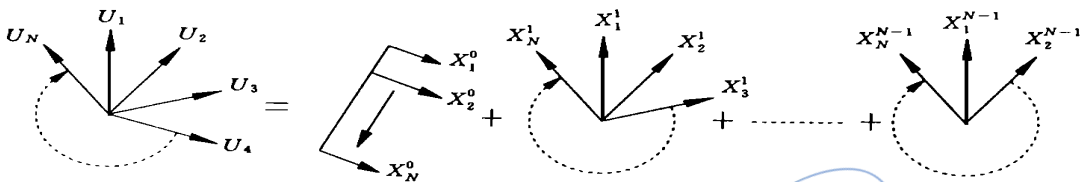


图 1 旋转对称结构的响应

各结构物理响应与对称分量的关系为:

$$\begin{aligned} U_1 &= X_1^0 + X_1^1 + X_1^2 + \dots + X_1^{N-1}, & U_2 &= X_2^0 + X_2^1 + X_2^2 + \dots + X_2^{N-1} \\ \dots, U_N &= X_N^0 + X_N^1 + X_N^2 + \dots + X_N^{N-1} \end{aligned} \quad (1)$$

上式 U_n 表示第 n 个扇区结构的结构响应, X_n^k 表示对称分量, 指标 k 表示对称分量的阶数, 下标 n 表示扇区结构编号, 当 $n=1$ 时, 所指的扇区结构为基础扇区。由相差关系 (X_n^k 与 X_{n+1}^k 的相差为 $\alpha_k = 360k/N$ 度):

$$X_n^k = X_{n-1}^k e^{j\alpha_k} \quad (2)$$

可以推出 X_1^k 与 U_n 的关系为:

$$X_1^k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N U_n e^{-jk(n-1)\alpha} \quad (3)$$

即可得到旋转对称的付立叶级数展开式:

$$U_n = X_1^0 + \sum_{k=1}^M \{U^{kc} \cos[(n-1)k\alpha] + U^{ks} \sin[(n-1)k\alpha]\} + (-1)^{n-1} X_1^{N/2} \quad (4)$$

$n = 1, 2, 3, \dots, N$

上式 当 N 为奇数时, $M = (N-1)/2$ 且 $(-1)^{n-1} X_1^{N/2}$ 项不存在, 当 N 为偶数 $M = (N-2)/2$ 。

由 (3) 式及 U^{kc} , U^{ks} 与 X_1^k , X_1^{N-k} 的关系可得到结构响应的各项付立叶级数展开系数与结构响应的关系为:

$$\begin{aligned} X_1^0 &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N U_n, & U^{kc} &= \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N U_n \cos[(n-1)k\alpha], & k &= 1, 2, \dots, M \\ X_1^{N/2} &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} U_n, & U^{ks} &= \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N U_n \sin[(n-1)k\alpha], & k &= 1, 2, \dots, M \end{aligned}$$

旋转对称分析方法会因指定的付立叶级数项数的增多而增加矩阵分解及方程求解的次数。高阶项可能对所有解的贡献很小, 因此可以选择低阶付立叶项 (k 值) 进行分析。

3 运动方程

燃气轮机转子(包括轮盘)假设为绕不变形的中心线以角速度 Ω 旋转的弹性体。如图 2 所

示转子上任意一点的运动可以分为刚体运动和微量的弹性变形,陀螺效应可以自动考虑进本文模型中。 $OXYZ$ 是固定坐标系, $Oxyz$ 为旋转坐标系, 它是由绕 Z 轴旋转而得到的。在旋转坐标系 $Oxyz$ 中, 小位移和小应变假设是有效的, 因此采用经典的 8 节点三维等参单元模拟转子结构。为提高模型在纯弯曲状况下的分析精度, 宜采用非协调模式的 8 节点等参单元。此类单元在一般的 8 节点三维等参单元的位移模式基础上, 增加 9 个内部自由度, 通过静力凝聚而将它们消去, 单元的自由度总数不变。单元的有限元列式^[10]与一般的通用有限元程序 (如 SAP5, ALGOR/SuperSAP 等) 相同。建立方程时忽略阻尼, 考虑支承刚度。

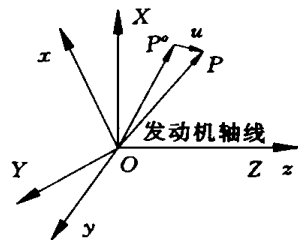


图2 转子系统坐标系

由哈密尔顿原理可以推导出转子的运动方程:

$$[M]\{\ddot{Q}\} + [J(\Omega)]\{\dot{Q}\} + [K_r(\Omega)]\{Q\} = \{N(\Omega)\} + \{F\} \quad (5)$$

其中: $[M]$, $[J]$ 和 $[K_r]$ 分别为质量矩阵、涡动矩阵 (由于科氏力的影响) 和刚度矩阵。 $\{Q\}$ 是位移向量, $\{N\}$ 为离心力向量, $\{F\}$ 为广义力向量, 通常为谐波激振力。

用以上运动方程并结合旋转对称分析方法, 从而使整体转子轮盘系统的特征值问题转化为 $N/2$ 个不同节径下, 阶数仅为原来阶数 $1/N$ 的特征值问题。故采用本文方法极大地降低了求解规模。

4 算例分析

某舰用燃气轮机低压压气机转子系统是由 9 级轮盘组成的整体焊接式转子。工作转速 7600 r/min。前支承刚度为 $1.98 \times 10^7 \text{ N/m}$, 后支承刚度为 $1.14 \times 10^7 \text{ N/m}$ 。取整个转子 (包括轮盘) 的 $1/60$ (6 角扇区) 建立有限元模型 (见图 3)。此模型共计 1106 个节点, 298 个 8 节点三维实体单元。取 15 项傅立叶级数参与计算。

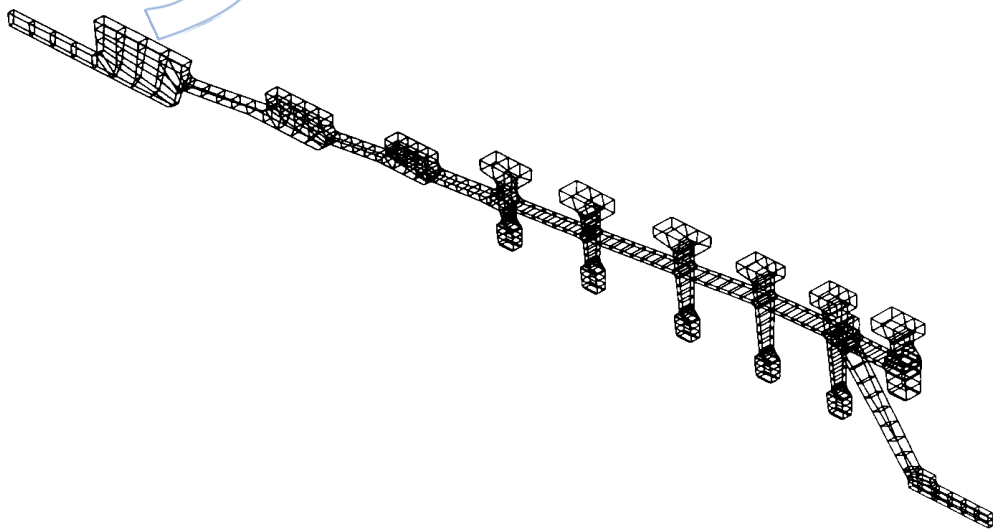


图3 转子系统有限元网格

在非旋转状态的情况下, 本文方法计算出的转子系统的前 3 阶固有频率与MSC/NASTRAN 程序采用整体三维模型计算出的固有频率见表 1。

表 1 非旋转态的固有频率 (单位: Hz)

阶 数	刚 性 支 承			弹 性 支 承		
	1	2	3	1	2	3
本文模型	174.7	416.2	1189.3	36.6	7364	417.6
MSC/NASTRAN 程序	174.3	409.8	1161.0	36.3	72.8	419.3
误 差	0.2%	1.6%	2.4%	0.8%	0.8%	- 0.4%
模态形状	一阶弯曲	二阶弯曲	三阶弯曲	一阶弯曲	二阶整体	一阶弯曲

弹性支承情况下, 转子系统的第一阶临界转速为 2634 r/min (43.9 Hz), 设计资料提供的 5 台发动机调整试验的平均实测值分别为 2710 r/min, 相差为- 2.9%。

5 结 论

本文给出了转子动力学分析中代替普通的梁单元模型的旋转对称实体单元有限元模型。尽管梁单元已被广泛应用, 实体单元可以在几何上更准确、更详细描述与梁理论假设不太符合的变截面锥形转子, 建立更完善的有限元模型。

算例计算结果和实际工程算例表明使用三维实体单元建立旋转对称的有限元模型是行之有效的。引进模态综合法或 Guyan 简缩技术能进一步降低分析规模。如果扇区数很大, 高阶项可能贡献很小, 可以只选择低阶付立叶项参与计算。该方法对结构比较复杂的转子特别适用。

本文主要集中在涡动频率和临界转速的计算分析上, 此方法可以比较容易推广到转子强迫响应分析, 并可以直接计算复杂转子各个部位的应力。本文方法同样可以推广到转子、轮盘、叶片复杂结构的耦合振动分析中。

参 考 文 献

1 Stephenson R W, Rouch K E. Modeling of Rotors with Axisymmetric Solid Harmonic Elements. Journal of Sound and Vibration, 1969, 131: 431- 443

2 Vest T A, Darlow M S. A Modified Conical Beam Element Based on Finite Element Analysis. Experimental Correlation Proceedings, 1989 ASME Noise and Vibration Conference, Montreal, Canada

3 Hurty W C. Dynamic Analysis of Structure System Using Component Modes. AIAA Journal, 1965, 3: 678- 685

4 Lund J W. Modal Response of a Flexible Rotor in Fluid Film Bearings. ASME Journal of Engineering for Industry, 1974, 102: 119- 140

5 Thomas D L. Dynamics of Rotationally Periodic Structures. Int. Num. Meth. Engrg. 1979, 14: 81- 102

6 赵宁等. 计算循环对称结构振动特性的新方法. 机械科学与技术, 1996, (15) 5

7 王文亮, 张锦, 陈向均. 盘—叶耦合系统的固有模态分析—CN 群上对称结构的模态综合. 固体力学学报, 1988, 9: 15- 23

8 胡海岩, 程德林. 循环对称结构振动分析的广义模态综合法. 振动与冲击, 1986, 4: 1- 7

9 Fortescue. Method of Symmetrical Coordinates Applied to the Solution of Polyphase Networks. Transactions AIEE, 1918, 37:

10 Zienkiewicz O C. The finite Element Method. McGraw-Hill, London, 1977

(责任编辑 王震华)

behavior of rotor is more complicated. In addition to existence of an unstable limit cycle below the threshold speed, there are large- amplitude stable limit cycles both above and below the threshold speed. That explains why jump phenomena and hysteresis in the amplitude may occur in a rotor-sliding bearing system.

Key Words Rotors Sliding bearing Bifurcation

VIBRATION CONTROL OF ROTOR ELECTRO- RHEOLOGICAL SYSTEM BASED ON FUZZY LOGICAL SYSTEM

Qu Wenzhong, Yao Guozhi, Qiu Yang

(Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

ABSTRACT Electro- rheological (ER) fluids have extensive application in the field of vibration control as a kind of intelligent materials. It is very difficult to develop a conventional control system due to the nonlinearity of the ER effect in regard to electric field strength, temperature or shear rate. An adaptive fuzzy control system is composed of a structural identification system and a controller system, and introduced for the ER damper- rotor vibration system due to the function approximator property of fuzzy logical system. A numerical study indicates the validity of the adaptive algorithm and the effective suppression of the rotor vibration.

Key Words Rotor Vibration Control Fuzzy control theory Adaptive algorithms

A ROTATIONAL SYMMETRY FINITE ELEMENT MODEL OF GAS TURBINE ROTOR IN CHARACTERISTICS ANALYSIS

Zhou Chuanyue, Wen Xueyou, Liu Xueyi

(Harbin No. 703 Research Institute, Harbin)

Zou Jingxiang

(Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

ABSTRACT A rotational symmetry finite element model is provided to calculate gas turbine shaft critical speeds and unbalance response analysis. A Fourier series representation allows the three- dimensional shaft geometry to be modeled in a basic section by using three- dimensional element. Unlike a beam element model, a solid element representation allows the actual rotor geometry to be modeled. A matrix reduction technique is used to reduce the degrees of freedom. An engineering example of marine gas turbine rotor is applied to the verification of the provided model.

Key Words Rotor Dynamic characteristics Fourier series Finite Element Model